

Diseño de una plantilla con materiales compuestos para prótesis de pie mediante algoritmos metaheurísticos

Derlis Hernández-Lara^{1,2}, Ricardo Gustavo Rodríguez-Cañizo¹,
Emmanuel Merchán-Cruz¹, Emmanuel Tonatihu Juárez-Velázquez^{1,2},
Carlos Trejo-Villanueva^{1,2}

¹ Instituto Politécnico Nacional,
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
México

² Tecnológico Nacional de México,
Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec
México

{dderlis-lara, emmanuel.juarez, carlostrejo}@tese.edu.mx,
{eamerchan, rgridrodriguez}@ipn.mx

Resumen. Este trabajo presenta la utilización de un algoritmo metaheurístico, en el diseño de una plantilla para prótesis de pie hecha con materiales compuestos, con el fin de obtener los parámetros adecuados de diseño para soportar los esfuerzos específicos a los que estará sujeta. Se empleó el algoritmo de la colonia artificial de abejas. El problema en este tipo de diseños es encontrar el espesor adecuado de la pieza, lo que implica el número de láminas y las respectivas orientaciones de las fibras que la conformarán, para lo cual existen demasiadas posibles combinaciones al trabajar con laminados de *composites*. La metodología de diseño propuesta considera la teoría clásica de laminados, el proceso de fabricación y las cargas externas a las que estará sometida la plantilla para prótesis de miembro inferior. La principal contribución de este trabajo, es el uso de metaheurísticas para resolver problemas de diseño con *composites* planteados como problemas de optimización. Los experimentos realizados resultan en un diseño factible de este tipo de estructuras utilizando fibra de carbono/epoxi.

Palabras clave: Optimización evolutiva, algoritmos metaheurísticos, materiales compuestos, plantilla para prótesis.

Design of an Insole with Composite Materials for Foot Prosthesis Using Metaheuristic Algorithms

Abstract. This paper presents the use of a metaheuristic algorithm in the design of an insole for a prosthetic foot made of composite materials, in order to obtain the appropriate design parameters to withstand the specific stresses to which it will be subjected. The Artificial Bee Colony algorithm was used. The problem in this type of design is to find the appropriate thickness of the part, which implies the number of laminates and the respective orientations of the fibers that will

form it, for which there are too many possible combinations when working with composite laminates. The proposed design methodology considers the classical laminate theory, the manufacturing process and the external loads to which the lower limb prosthesis insole will be subjected. The main contribution of this work is the use of metaheuristics to solve design problems with composites posed as optimization problems. The experiments carried out result in a feasible design of this type of structure using carbon fiber/epoxy.

Keywords: Evolutionary optimization, metaheuristic algorithms, composite materials, insole for prostheses.

1. Introducción

Los materiales compuestos o *composites* son conformados por dos o más elementos, fibra y refuerzo. De manera macroscópica, son distintos de las aleaciones. Mientras que en los *composites* las deformaciones sufridas son diferentes en cada uno de sus lados, en los «materiales tradicionales» son iguales en los tres ejes (x , y , z). Por ende, el diseño topológico del material compuesto representa un desafío de ingeniería para obtener las especificaciones mecánicas requeridas [1].

En investigaciones previas relacionadas al diseño óptimo de estructuras, describen que en las últimas décadas las industrias como la aeronáutica y la automotriz prefieren utilizar *composites* en lugar de materiales tradicionales, debido a su excelente relación resistencia/peso y alta rigidez específica, lo que es muy atractivo y adecuado para el diseño de prótesis de miembro inferior. Otra ventaja de usar estos materiales, es que la pieza se puede diseñar seleccionando la fibra y las orientaciones adecuadas para cumplir con los requerimientos solicitados.

La flexibilidad en seleccionar estas variables para obtener los requisitos solicitados introduce complejidad en problemas de diseño, de los cuales, en la mayoría se conocen ciertas especificaciones a priori, como el espesor de la lámina, opciones para orientaciones de las mismas y el tipo de material.

Por lo tanto, el diseño de una estructura mediante *composites* se reduce a buscar orientaciones discretas de capas apropiadas y parámetros geométricos en un rango dado, para lograr la resistencia y rigidez solicitadas [2].

Este trabajo propone una metodología a partir de plantear los problemas de diseño con materiales compuestos como problemas de optimización y resolverlos mediante técnicas metaheurísticas, lo que implica el desarrollo y uso de diversos métodos, los cuales han sido una herramienta bastante útil para obtener mejores soluciones y de manera más rápida. La optimización de estructuras hechas con *composites* tiene como tarea encontrar las mejores soluciones de configuración topológica del material para resolver un problema específico.

Uno de los principales objetivos al implementar metaheurísticas en problemas de optimización, es el de resolver situaciones complejas y buscar soluciones factibles [3]. Para este trabajo, se realiza la búsqueda del número de laminados y mejor secuencia de apilamiento en el diseño de una plantilla para prótesis de tobillo-pie hecha de fibra de carbono/epoxi. Primero, se selecciona el material a utilizar; después, se realizan los cálculos teóricos necesarios; posteriormente, se propone un diseño aleatorio que cumpla con un criterio de falla; finalmente, se utiliza el algoritmo de la colonia artificial

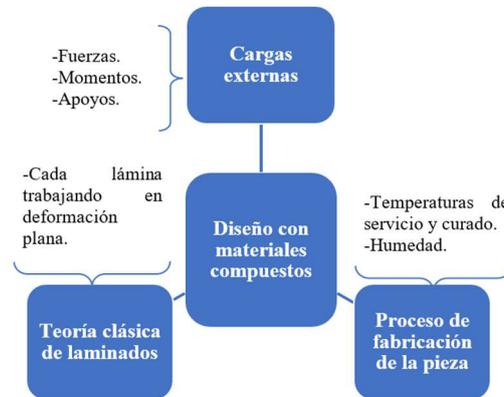


Fig. 1. Elementos a considerar en el diseño con materiales compuestos.

de abejas (ABC, del inglés, *Artificial Bee Colony*) para obtener los parámetros de diseño adecuados, que soporten las cargas y esfuerzos requeridos en su trabajo específico.

2. Antecedentes y trabajos relacionados

En [4] se diseñó un árbol de transmisión para automóviles hecho de *composites*, la metodología de diseño implicó encontrar la combinación adecuada del material para que la pieza no falle en su funcionamiento utilizando un algoritmo de búsqueda propuesto por el autor, los resultados obtenidos fueron satisfactorios.

Mientras que en [5] se utilizaron algoritmos genéticos para el mismo propósito y en [6] además se implementó un algoritmo de inteligencia de enjambre, obteniendo el espesor y la secuencia de apilamiento óptima de *composites* para la pieza, para este caso se diseñó con fibra de vidrio y fibra de carbono, realizándose la comparación respecto al diseño con acero, concluyendo que el diseño con *composites* es viable.

Con respecto a prótesis para tobillo-pie, se ha propuesto en trabajos previos la optimización de la geometría y elasticidad en un pie protésico, específicamente en la plantilla de este, en donde la función de costo a minimizar, está dada por la diferencia entre los pares de la rodilla y el pie al caminar con una prótesis transfemoral.

El diseño óptimo en una prótesis de este tipo depende de la actividad para la cual la requiera el usuario. Otro aspecto a considerar para optimizar la elasticidad del material usado en la prótesis, es analizando la rigidez del mismo, porque estos conceptos están relacionados matemáticamente con sus matrices inversas [7].

En una prótesis para pie desarrollada en Venezuela, se utilizó la técnica de modelado paramétrico de sólidos, con la finalidad de crear un prototipo virtual en 3D para aplicar el método de elementos finitos (MEF) y determinar la capacidad mecánica y funcional de la prótesis, después se optimizó el diseño combinando el método de elementos finitos

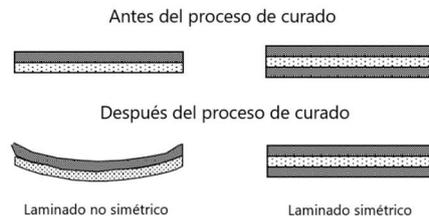


Fig. 2. Laminado simétrico [12].

y la técnica de diseño de experimentos, con el objetivo de verificar la calidad del modelo [8].

En otros trabajos se ha abordado la interacción del pie con el suelo mediante un modelo de contacto esfera-plano, a través de una formulación dinámica multicuerpo [9], y planteando el diseño como un problema de optimización, obteniendo buenos resultados en el estudio del contacto pie-suelo, que pueden servir como referencia en el diseño de plantillas para prótesis y ortesis de miembro inferior [10].

En Biomecánica se emplean metaheurísticas como algoritmos genéticos, redes neuronales, el algoritmo de abejas y la evolución diferencial para la optimización y síntesis de mecanismos en el diseño de prótesis robóticas. Por ejemplo, en [11] se optimizan las longitudes de los eslabones y los ángulos para un mecanismo de cuatro barras, con el que se reproduce el funcionamiento de una rodilla policéntrica.

Respecto a los antecedentes presentados, en general no existen trabajos similares a lo que se está proponiendo, porque todos han aplicado diferentes metodologías de diseño para prótesis de miembro inferior, si bien algunos utilizan optimización mediante metaheurísticas, ninguno ha considerado el diseño topológico del material compuesto para esta aplicación en particular.

Además, en los trabajos que han diseñado con *composites* en otras aplicaciones, las desventajas son que los resultados obtenidos son muy ideales y difíciles de llevar a la práctica, porque obtienen configuraciones topológicas del material muy complejas.

Una de las principales contribuciones de esta investigación es subsanar esta situación, mediante la implementación de restricciones que permitan obtener resultados factibles de materializar y que conlleven a utilizar esta metodología para diversos diseños con *composites* en ingeniería.

3. Metodología

De acuerdo a la literatura, las metaheurísticas pueden adaptarse al diseño con materiales compuestos, porque son métodos de optimización global y se utilizan para problemas no lineales o de variables discretas [2].

Para este caso se analiza el sistema como se observa en la Fig. 1, donde las consideraciones a realizar en el diseño de una pieza hecha con *composites* son, las cargas externas aplicadas como las fuerzas, momentos y apoyos que actúan sobre la plantilla para prótesis de miembro inferior para este caso, la teoría clásica de laminados que fundamenta los cálculos de la mecánica de materiales para *composites* bajo ciertas

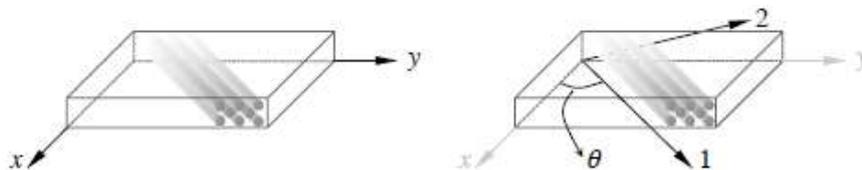


Fig. 3. Definición del sistema de coordenadas global (izquierda), local (derecha), en las ecuaciones anteriores $c=\cos\theta$ y $s=\text{sen}\theta$ [13].

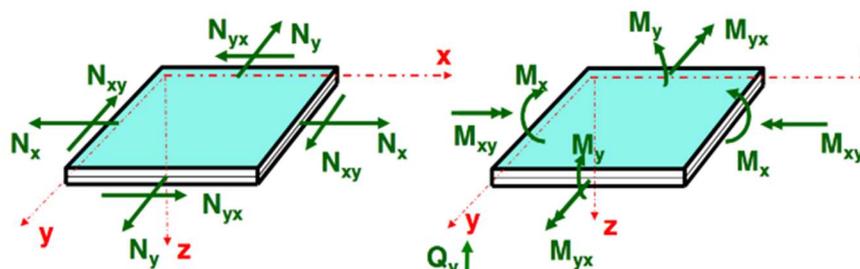


Fig. 4. Direcciones de las cargas y momentos que actúan sobre la lámina [12].

Tabla 1. Parámetros del ABC [16].

Nombre	Símbolo	Descripción
Número de soluciones	SN	Número de soluciones (fuentes de alimento)
Número de ciclos	MCN	Número total de ciclos (iteraciones) que ejecutará el ABC
Límite	$limit$	Número de ciclos que se conservará una solución sin mejorar antes de ser reemplazada por una nueva generada por una abeja exploradora

características, y el proceso de fabricación en el que se consideran aspectos importantes como las temperaturas de servicio y curado, y el porcentaje de humedad en la pieza.

3.1. Teoría clásica de laminados

Este trabajo considera un laminado simétrico, para que la pieza no se pandee después del proceso de curado, como se muestra en la Fig. 2. Para diseñar tomando en cuenta las cargas aplicadas a la plantilla para prótesis de pie y los esfuerzos internos que se producen en el material, se tiene que aplicar la teoría clásica de laminados.

Para crear una relación lineal entre esfuerzo-deformación para un material anisótropo se parte de la teoría de elasticidad como se muestra en la ecuación (1), mediante la ley de Hooke generalizada [4]:

$$\{\sigma_{ij}\} = [Q_{ij}]\{\varepsilon_{ij}\} \quad \text{Siendo } i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \quad (1)$$

donde $[Q_{ij}]$ recibe el nombre de la matriz de rigidez. Para un material genérico, esta matriz tiene 36 componentes para definir completamente el material como se muestra en la ecuación (2):

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{51} & Q_{52} & Q_{53} & Q_{45} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{63} & Q_{46} & Q_{65} & Q_{66} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Para este tipo de diseños los laminados de materiales compuestos son delgados y se considera que la deformación fuera del plano es despreciable [13], entonces se analizan como problemas de deformación plana y se definen como en las ecuaciones (3) y (4):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Las ecuaciones para analizar las fibras respecto a una referencia se obtienen tomando en cuenta el esquema mostrado en la Fig. 3. Cada orientación de lámina demanda un sistema de coordenadas local, refiriendo la respuesta de cada lámina al sistema de coordenadas global o viceversa.

Según la teoría clásica de las placas laminadas, la ecuación constitutiva se puede escribir como en se muestra en la ecuación (5). Al considerar un laminado simétrico, resulta que $[B_{ij}]=0$, por lo que se simplifica la ecuación (5) y se obtiene las ecuaciones (6) y (7):

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

donde:

ε^0 = Vector de deformaciones en el plano medio.

k = Curvaturas en la lámina.

Además, hay que calcular los coeficientes A y D respectivamente, y que dependerán del espesor de la pieza hasta la enésima lámina correspondiente. Las fuerzas y los momentos están acoplados por la matriz $[B]$ y están definidos por unidad de longitud del lado sobre el que actúan. Las direcciones de las cargas y momentos aplicados a cada lámina que constituye la pieza se muestran en la Fig. 4.

Para implementar la teoría clásica de laminados, las especificaciones del proceso de fabricación, las cargas externas a las que está sometida una plantilla para prótesis de

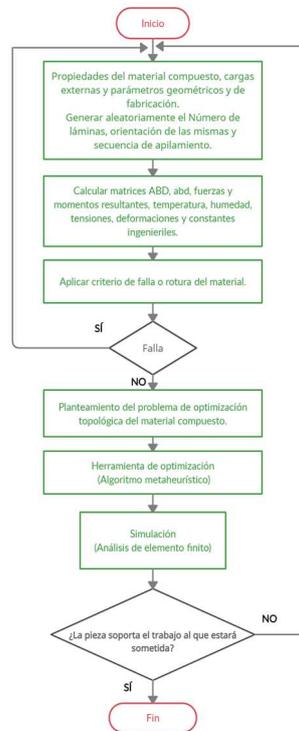


Fig. 5. Metodología propuesta para el diseño topológico con *composites*.

miembro inferior y buscar soluciones factibles en el diseño de la pieza, se propone la metodología presentada en la Fig. 5 mediante su diagrama de flujo, la cual se aplicará para el diseño topológico con *composites* en este trabajo.

La herramienta utilizada para la optimización mediante un algoritmo metaheurístico, fue la colonia artificial de abejas (ABC) perteneciente a los algoritmos de inteligencia colectiva. A continuación, se describen las consideraciones más significativas al respecto.

Se inicia con la selección de un *composite* comercial y se utilizan sus dimensiones y especificaciones mecánicas, además, se considera la geometría y las dimensiones de la pieza; después, se propone aleatoriamente un número de laminados, la orientación de las fibras y la secuencia de apilamiento; posteriormente, se realizan todos los cálculos requeridos según la teoría clásica de laminados y las constantes ingenieriles.

Se aplica un criterio de rotura y se pasa a la siguiente fase cuando la propuesta no falle, de lo contrario, se realizan más propuestas de forma aleatoria; a continuación, se optimiza mediante una metaheurística la propuesta, minimizando la masa de la plantilla según las restricciones y los requerimientos de diseño; finalmente, se valida el diseño topológico obtenido, mediante un análisis de elemento finito para verificar que la pieza soporte el trabajo al que será sometida, si pasa este análisis, el diseño es factible de fabricación. Cabe mencionar que, aunque se realice el análisis por elemento finito para validar el diseño, en la etapa de los cálculos mediante la teoría clásica de laminados ya

Algoritmo 1. Colonia Artificial de Abejas (ABC) adecuado para el diseño con composites.

1. **BEGIN** /*Inicio del algoritmo*/
2. Iniciar la población de fuentes de alimento $x_{i,0}$, $i=1, \dots, SN$
3. Propiedades del material, cargas externas y parámetros geométricos y de fabricación
4. Cantidad de láminas, dirección de las mismas y sucesión de apilamiento
5. Calcular matrices ABD, abd, fuerzas y momentos resultantes, temperatura, humedad, tensiones, deformaciones y constantes ingenieriles
6. Evaluar la calidad de la población
7. Aplicar criterio de falla (TsaiWu)
8. $g=1$
9. **Repeat**
10. Generar soluciones nuevas $v_{i,g}$ para las abejas empleadas mediante (8); aplicar todos los cálculos de la teoría clásica de laminados y criterio de rotura y evaluarlas
11. Mantener la mejor solución entre la actual y la candidata
12. Elegir las soluciones que serán visitadas por una abeja observadora según su calidad
13. Generar soluciones nuevas $v_{i,g}$ mediante (8); aplicar todos los cálculos de la teoría clásica de laminados y criterio de rotura y evaluarlas
14. Mantener la mejor solución entre la actual y la candidata
15. Establecer si existe una fuente abandonada y sustituirla con una abeja exploradora
16. Guardar la mejor solución encontrada hasta el momento
17. $g=g+1$
18. **Until** $g=MCN$
19. Buscar entre todas las soluciones factibles, las que tengan mejor aptitud
20. Imprimir cantidad de láminas, sucesión de apilamiento y masa de la plantilla
21. **END**

están consideradas las deformaciones que sufrirá la pieza en función de las cargas externas que se le aplicarán, por lo que la pieza debe soportar el trabajo sometido sin ningún inconveniente.

3.2. Algoritmo de la colonia artificial de abejas (ABC)

El proceso de búsqueda de néctar en las flores por parte de abejas melíferas ha sido visto como un proceso de optimización. La forma en la que este tipo de insectos sociales logran centrar esfuerzos en zonas con altas cantidades de fuentes de alimento se ha modelado como una metaheurística.

A pesar de que existen diversos modelos basados en abejas [14], para efectos de este trabajo la explicación se basará en el modelo propuesto por Karaboga [15] que resuelve problemas de optimización numérica mediante dos comportamientos: El reclutamiento de abejas en una fuente de alimento y el abandono de una fuente.

El modelo biológico de recolección de alimento en abejas melíferas consta de fuentes de alimento, abejas recolectoras empleadas y recolectoras desempleadas. Una de las ventajas de este algoritmo es el bajo número de parámetros que requiere como puede verse en la Tabla 1. En el ABC, las abejas son vistas como operadores de variación, pues cuando una de ellas llega a una fuente de alimento, calcula una nueva solución candidata $v_{i,g}$ utilizando la ecuación (8).

En donde $x_{i,g}$ representa la solución en la que la abeja se encuentra en ese momento, $x_{k,g}$ es una fuente de alimento aleatoria (y distinta de $x_{i,g}$), g es el número de ciclo actual del programa y ϕ es un número real aleatorio en el intervalo $[-1, 1]$:

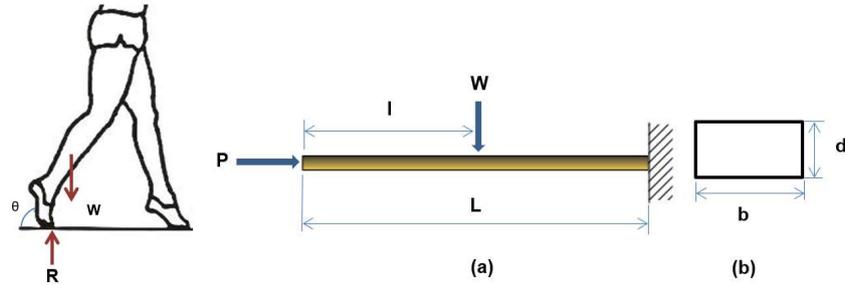


Fig. 6. Pie en fase de apoyo y etapa de despegue con las respectivas fuerzas analizadas. (a) Diagrama equivalente de la planta del pie; (b) sección de perfil para la viga.

Tabla 2. Material propuesto para el diseño de la pieza [17].

Concepto	Símbolo	Unidad	Carbono/epoxi (USN150)
Módulo de elasticidad en dirección 1	E_1	GPa	131.6
Módulo de elasticidad en dirección 2 y 3	E_2, E_3	GPa	8.20
Módulo cortante en plano 23	G_{23}	GPa	3.5
Módulo cortante en plano 12 y 13	G_{13}, G_{12}	GPa	4.5
Coefficiente de Poisson en plano 12 y 13	ν_{12}, ν_{13}	---	0.282
Coefficiente de dilatación térmica en dirección 1	α_1	$\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	-0.9
Coefficiente de dilatación térmica en dirección 2	α_2	$\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	27
Coefficiente de expansión higroscópico en dirección 1	β_1	---	0
Coefficiente de expansión higroscópico en dirección 2	β_2	---	0.4
Resistencia a la tracción en dirección 1	s_1^t	MPa	2000
Resistencia a la compresión en dirección 1	s_1^c	MPa	1400
Resistencia a la tracción en dirección 2 y 3	$s_{2,3}^t, s_3^t$	MPa	61
Resistencia a la compresión en dirección 2 y 3	$s_{2,3}^c, s_3^c$	MPa	130
Resistencia al cortante en plano 2 y 3	s_{23}	MPa	40
Resistencia al cortante en plano 12 y 13	s_{13}, s_{12}	MPa	70
Densidad	ρ	kg/m^3	1550
Espesor de la lámina	$t_{\text{lámina}}$	mm	0.25

Tabla 3. Datos de entrada al algoritmo ABC adecuado para el diseño con *composites*.

Descripción	Valor	Parámetro
Deflexión máxima	4 mm	<i>Cargas externas</i>
Carga de servicio	3880 N	
Ancho de la plantilla	90 mm	<i>Geométricos</i>
Longitud de la plantilla	260 mm	
Temperatura de curado	120 °C	<i>Fabricación de la pieza</i>
Temperatura de servicio	20 °C	
Contenido de humedad	0.5 %	
Coefficiente de seguridad	2.5	
Tamaño de población (SN)	50 abejas	<i>Algoritmo ABC</i>
Número máximo de iteraciones (MCN)	1000	
Límite (<i>limit</i>)	10	

$$V_{i,g} = X_{i,g} + \phi(X_{i,g} - X_{k,g}). \quad (8)$$

Tabla 4. Resultados del algoritmo ABC adecuado para el diseño de la plantilla.

i	n	t _{lámina} (mm)	d (mm)	Secuencia óptima (θ_k)	m (kg)
1	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
2	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762
3	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762
4	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
5	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
6	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
7	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
8	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762
9	24	0.25	6	[45/-45/0/90/45/-45/0/90/-45/0/90/45]s	0.21762
10	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762
11	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762
12	24	0.25	6	[0/90/45/-45/0/90/45/-45/45/-45/0/90]s	0.21762

A continuación, se detalla el funcionamiento del algoritmo ABC adecuado para la metodología propuesta en la Fig. 5, este mismo puede observarse en el algoritmo 1. Se empieza con las soluciones que representarán las fuentes de alimento iniciales, siendo *SN* el número de soluciones (uno de los parámetros del algoritmo).

Se evalúan estas soluciones y se procede con un ciclo que se repetirá *MCN* veces, donde *MCN* es el número de ciclos máximo. Dentro de este ciclo se comienza con enviar a las abejas empleadas a las fuentes de alimento y calcular nuevas soluciones candidatas utilizando la ecuación (8), posteriormente se utiliza una selección ambiciosa en la cual se conserva la mejor solución entre la fuente de alimento y su respectiva solución candidata.

Basándose en la aptitud de las fuentes de alimento que se conserven después del paso anterior se determina cuáles soluciones serán visitadas por abejas observadoras. Las abejas observadoras visitarán estas soluciones y generarán soluciones candidatas utilizando la ecuación (8). Posteriormente se realizará una selección ambiciosa entre las soluciones candidatas y la solución respectiva (de manera similar que con las abejas empleadas) [16].

Se decidió utilizar ABC debido a su facilidad de implementación, a las variables discretas características de problemas con laminados de *composites*, y a que en la literatura se han obtenido buenos resultados para este tipo de problemas.

3.3. Planteamiento del problema de optimización

Diseñar una plantilla para prótesis de miembro inferior con materiales compuestos, en donde las variables a optimizar son el número de láminas (espesor de la pieza) y la secuencia de apilamiento, para un laminado simétrico. La función objetivo establecida para este problema es la masa de la plantilla, como se muestra en la ecuación (9). Se propone analizar la planta del pie como una viga en voladizo, si se observa la Fig. 6, el comportamiento del pie en la fase de apoyo y etapa de despegue en el ciclo de marcha, es muy similar a el comportamiento de una viga de este tipo, en donde influyen

principalmente las fuerzas del peso de la persona y la reacción del suelo que son las cargas externas que sufre una plantilla de prótesis para miembro inferior.

En el modelo analizado que se presenta en la figura anterior, l es la distancia desde la punta de la viga hasta el punto de aplicación de la fuerza vertical, mientras que P y W son las proyecciones de la reacción del suelo en las direcciones definidas por la inclinación α del pie respecto a la superficie. También se aprecian b y d , ancho y espesor de la sección rectangular de la viga según corresponde.

Se precisa que este análisis no da un modelo definitivo, pero si un primer acercamiento al diseño que se pretende obtener, debido a que la plantilla de una prótesis para tobillo-pie no será un prisma rectangular como tal, sino que tendrá una geometría con arco como la de un pie humano, para reproducir de mejor forma la anatomía de este elemento:

$$\min f(x) = m = \rho b d L \quad (9)$$

vector de las variables de diseño $x = [n, \theta_k, d]$,

Cotas de diseño:

$$L = 26 \text{ cm},$$

$$\left(\frac{L}{2.4}\right) < b < \left(\frac{L}{2.9}\right).$$

La relación entre ancho y espesor no debe ser mayor a 8.

Sujeto a las restricciones de diseño siguientes:

$n > 10$, donde $n \in \text{números enteros}$

Ángulos factibles de fabricación:

$$\theta_k = [0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ]$$

Capas orientadas a $0^\circ = 25\%$

Capas orientadas a $\pm 45^\circ = 50\%$

Capas orientadas a $90^\circ = 25\%$

$$4 \text{ mm} \geq \delta_{\text{máx}}$$

$$3880 \text{ N} > \sigma$$

Si se ha producido rotura $\rightarrow m = \infty$

Donde:

ρ = densidad del material

n = número de láminas

θ_k = orientación de las fibras

d = espesor de la plantilla

L = longitud de la plantilla

b = ancho de la plantilla

m = masa

$\delta_{\text{máx}}$ = deflexión máxima

σ = esfuerzo de servicio

La Tabla 2 muestra las propiedades del material seleccionado para el diseño. El USN150 es un *composite* constituido de fibras de carbono y matriz epóxica (Carbono/Epoxi).

4. Implementación, resultados y discusión

La implementación del método se programó en el entorno de MATLAB® R2015a, los análisis de elemento finito fueron hechos en ANSYS®, y las ejecuciones se llevaron a cabo en un sistema de cómputo con: procesador Intel(R) Core (TM) i7-5600u CPU @ 2.60 GHz, 16 GB de memoria RAM y Sistema operativo Microsoft Windows 10. Los datos de entrada al algoritmo utilizado se presentan en la Tabla 3.

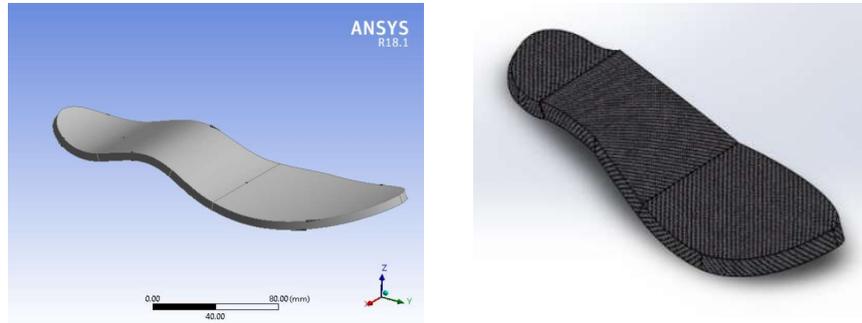


Fig. 7. Plantilla para prótesis de tobillo-pie hecha con *composites* resultante.

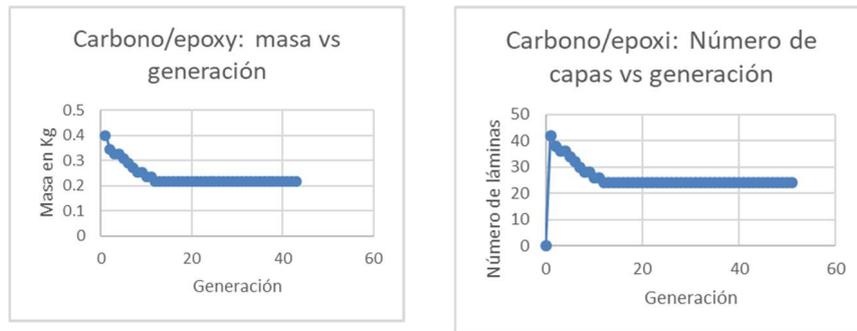


Fig. 8. Variación de la masa de la plantilla y del número de laminados respecto al número de generaciones del algoritmo ABC adecuado para el diseño con composites.

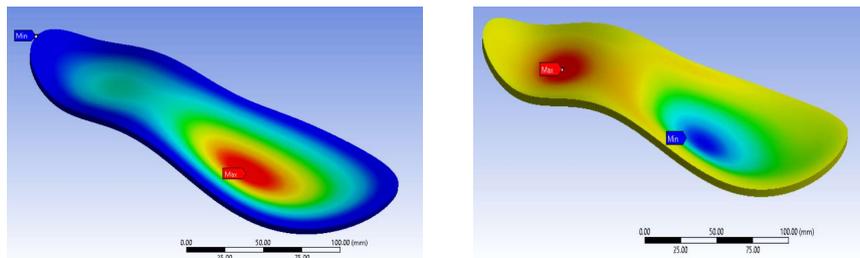


Fig. 9. Deformaciones total y axial de la plantilla obtenida y analizada mediante elemento finito.

Los resultados presentados son valores promedio de haber realizado múltiples corridas del algoritmo y de una selección de muestras de 30 corridas, las cuales convergieron a soluciones factibles.

La Tabla 4 muestra un resumen de los parámetros de diseño obtenidos para una plantilla hecha de fibra de carbono/epoxi USN150, mientras que en la Fig. 7 se aprecia el diseño obtenido y en la Fig. 8 la evolución de la búsqueda, mencionando que a cada

iteración se aumentan o disminuyen dos láminas para realizar una búsqueda exhaustiva, y de las soluciones factibles tomar la de menor valor de función objetivo, donde n = número de láminas, $t_{lámina}$ = espesor de la lámina, d = espesor total de la pieza, θ_k = orientación simétrica de las fibras (la mitad de la pieza respecto al eje medio), m = masa de la plantilla. En los resultados presentados en la Tabla 4, la nomenclatura de la dirección de las fibras o sucesión óptima de apilamiento es simétrica, por lo que, la s al final del corchete quiere decir que es la primera parte de los laminados en función al eje medio y que la siguiente mitad tendrá la misma configuración de forma simétrica.

También se observa que a través del método ABC se ha encontrado un diseño óptimo que consta de 24 láminas y una masa de la plantilla de 0.21762 kg para todas las ejecuciones que convergen al óptimo global.

Además, las sucesiones de apilamiento varían, esto es entendible porque se trata de un método que genera soluciones aleatorias, el espacio de búsqueda es grande y hay bastantes posibles combinaciones que encaminan a encontrar el objetivo buscado, por lo que se puede considerar que todas las sucesiones de apilamiento obtenidas son factibles, siempre y cuando lleguen al mínimo peso, a la cantidad de láminas óptima y cumplan los criterios de la teoría clásica de laminados respecto al esfuerzo-deformación del material.

En la Fig. 9 se muestran las simulaciones por el método de elemento finito de la plantilla obtenida, en las cuales se da certeza de la funcionalidad del diseño, se presentan los resultados obtenidos de la deformación total y axial, observándose resultados aceptables y funcionales, porque la pieza soportará las cargas críticas a las que se le someterá.

5. Conclusiones y trabajo futuro

Las contribuciones más significativas de esta investigación son, la propuesta de una metodología que es capaz de optimizar a través del uso de una metaheurística, la secuencia de apilamiento y el número de láminas de fibra de carbono/epoxi en el diseño de una plantilla para prótesis de miembro inferior, la cual estará sometida a cargas específicas en su funcionamiento, también, en este trabajo se introdujo el utilizar ángulos de orientaciones de las fibras de los laminados que sean factibles de fabricación en la práctica, para este caso $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$.

Los resultados de las simulaciones por el método de elemento finito, muestran que el diseño obtenido mediante la metodología implementada es funcional y que resistirá de manera adecuada las deformaciones provocadas en la pieza durante su trabajo.

La propuesta realizada puede ser acoplada para otros diseños específicos de plantillas para prótesis de miembro inferior, de esta manera, el diseñador podrá ahorrar tiempo en el proceso cuando requiera de un análisis de este tipo de estructuras, variando dentro del código del método los parámetros necesarios como, la longitud de la plantilla, la carga de servicio, el ancho, la temperatura de curado, la humedad del material, así como las características de otro material que se proponga.

Como siguiente fase de la investigación, se deberá fabricar la plantilla y compararla con las comerciales, para determinar las ventajas y desventajas de la misma y poder mejorar en consecuencia.

Referencias

1. Miravete, A., Cuartero, J.: *Materiales compuestos*. Tomo 1, Barcelona: Reverté, vol. 2 (2003)
2. Suresh, S., Sujit, P. B., Rao, A. K.: Particle swarm optimization approach for multi-objective composite box-beam design. *Composite Structures*, vol. 81, pp. 598–605 (2007) doi: 10.1016/j.compstruct.2006.10.008
3. Procópio de Paiva, F. A., Ferreira da Costa, J. A.: Muniz da Silva, C. R.: A serendipity-based approach to enhance particle swarm optimization using scout particles. *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, pp. 1101–1112 (2017) doi: 10.1109/TLA.2017.7932698
4. Shengyu, W.: *Uso de materiales compuestos en el diseño de un árbol de transmisión*. España, Universidad Carlos III de Madrid (2014) <http://hdl.handle.net/10016/22682>
5. Rangaswamy, T., Vijayrangan, S.: Optimal sizing and stacking sequence of composite drive shafts. *Materials science*, vol. 11, no 2, pp. 133–139 (2005)
6. Manjunath, S., Mohan, K., Channakeshava, R. K.: Optimization of ply stacking sequence of composite drive shaft using particle swarm algorithm. *Journal of Engineering Science and Tecnology*, vol. 6, no. 3, pp. 323–331 (2011)
7. Strbac, M., Popovic, D. B.: Software tool for the prosthetic foot, modeling and stiffness optimization. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2012 (2012). doi: 10.1155/2012/421796
8. Figueroa, R.: *Diseño y análisis mecánico de un pie protésico*. Venezuela: Universidad Simón Bolívar (2009)
9. Ojeda-Granja, J., Mayo-Núñez, J.: Influencia de un modelo multicuerpo del pie en la estimación de los parámetros de un modelo de contacto pie-suelo durante la marcha. In: *Proceeding XXI Congreso nacional de ingeniería mecánica*, España (2016)
10. Páimes R., Villa, J. M., Font Llangunes, U., Lugris Cuadrado, J.: Estimación de los parámetros del modelo de contacto pie-suelo en la marcha humana. In: *Proceedings of XIX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica* (2012)
11. Lugo-González, E.: *Diseño de mecanismos utilizando algoritmos genéticos con aplicación en prótesis para miembro inferior*. CDMX, IPN, SEPI, ESIME (2010)
12. Navarro, C.: *Elasticidad y resistencia de materiales II*. España (2014)
13. Pérez, M. A., Sánchez, M.: *Fundamentos de la mecánica de los materiales compuestos*. Catalunya, Barcelona, Universidad Politècnica de Catalunya, pp. 19–50 (2014)
14. Baykasoglu, A., Ozbakir L., Tapkan, P.: Artificial bee colony algorithm and its application to generalized assignment problem. In Felix T.S. Chan and Manoj Kumar Tiwari, editors, *Swarm Intelligence: Focus on Ant and Particle Swarm Optimization*, pp. 113–144 (2007)
15. Karaboga, D., Basturk, B.: A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization. *Journal of Global Optimization*, vol. 3, no. 39, pp. 459–471 (2007) doi: 10.1007/s10898-007-9149-x
16. Silva-Ortigoza, R., Portilla-Flores E. A., Molina-Vilchis, M. A.: *Mecatrónica*. México (2010)
17. Gil-Lee, D., Pyo-Suh, N.: *Axiomatic design and fabrication of composite-structures. Applications in Robots, Machine Tools, and Automobiles* (2006)